

**Многоугольник.****Теоремы о сумме углов выпуклого  $n$ -угольника**

**Многоугольником** называется фигура, составленная из отрезков так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек.

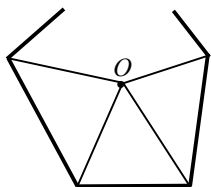
Многоугольник называется **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

**Внутренним углом** выпуклого многоугольника при данной вершине называется угол, образованный его сторонами, сходящимися в этой вершине.

**Внешним углом** выпуклого многоугольника при данной вершине называется угол, смежный с внутренним при этой вершине.

**Сумма внутренних углов выпуклого  $n$ -угольника**

**Теорема.** Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равна  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ , где  $n$  – число сторон многоугольника.



**Дано:** выпуклый  $n$ -угольник.

**Доказать:**  $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ .

**Доказательство**

Внутри  $n$ -угольника возьмём произвольную точку  $O$  и соединим её со всеми вершинами. Многоугольник разобьётся на  $n$  треугольников с общей вершиной  $O$ .

Сумма углов каждого треугольника равна  $180^\circ$ , следовательно, сумма углов всех треугольников равна  $180^\circ n$ . В эту сумму, кроме суммы всех внутренних углов многоугольника, входит сумма углов треугольников при вершине  $O$ , равная  $360^\circ$ .

Таким образом, сумма всех внутренних углов многоугольника равна  $180^\circ n - 360^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ$ .

**Итак,**  $S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$ .

**Ч.т.д.**

**Сумма внешних углов выпуклого  $n$ -угольника**

**Теорема.** Сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, не зависит от  $n$  и равна  $360^\circ$ , где  $n$  – число сторон  $n$ -угольника.

**Доказательство**

Так как внешний угол многоугольника является смежным соответствующему внутреннему углу, а сумма смежных углов равна  $180^\circ$ , то сумма внешних углов многоугольника равна:

$$\underbrace{180^\circ n}_{\text{Внешние}} - \underbrace{(n - 2) \cdot 180^\circ}_{\text{внутренние}} = 180^\circ \cdot n - 180^\circ \cdot n + 360^\circ = 360^\circ.$$

Внешние и внутренние

**Итак,** сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, не зависит от  $n$  и равна  $360^\circ$ , где  $n$  – число сторон  $n$ -угольника.

**Ч.т.д.**